**Universität Zürich**[UZH]

**Philosophisches Seminar**

# Einführung in die formale Logik I

Frühjahrssemester 2019

Vorlesung 9

Prof. Dr. Katia Saporiti

## Grenzen der Aussagenlogik

Alle Schafe sind Tiere.
<u>Alle Tiere sind Lebewesen.</u>
Alle Schafe sind Lebewesen.

Dieser Schluss ist logisch gültig,

denn es kann allein aufgrund der Struktur der vorkommenden Aussagen nicht sein, dass seine Prämissen wahr, die Konklusion aber falsch ist.

Er hat folgende Struktur:

Alle α sind β.
<u>Alle β sind γ.</u>
Alle α sind γ.

Alle Schlüsse mit dieser Struktur sind gültig.

Mit den Mitteln der Aussagenlogik kann diese Struktur jedoch nicht erfasst und die Gültigkeit des Schlusses nicht demonstriert werden.

p: Alle Schafe sind Tiere.
q: Alle Tiere sind Lebewesen.
r: Alle Schafe sind Lebewesen.

p
q
∴ r

Nicht jeder vollständige Baum für die Negation der Formel $p \wedge q \rightarrow r$ ist geschlossen. Vielmehr gibt einen vollständigen, offenen Baum für die Negation der Formel.

$\neg(p \wedge q \rightarrow r)$
$p \wedge q$
$\neg r$
$p$
$q$

$\nvdash p \wedge q \rightarrow r$
$p \wedge q \not\Rightarrow r$

## Prädikate und Individuen

Zusätzlich zu den Junktoren stellt die Prädikaten- oder Quantorenlogik Prädikat- und Individuenkonstanten sowie Quantoren und Individuenvariablen zur Verfügung.

Carla ist verwegen.

**Pa**

*prädikatenlogische Struktur von „Carla ist verwegen."*

**P ...** : ... ist verwegen.

*Prädikatkonstante mit Leerstelle*

*Interpretation*

**a**: Carla

*Individuenkonstante*

*Interpretation*



## Prädikat- und Individuenkonstanten

- Als Prädikatkonstanten werden die Großbuchstaben „P", „Q", „R" usw. verwendet.
- Prädikatkonstanten stehen für Prädikate (das, was über etwas ausgesagt wird).
- Als Individuenkonstanten werden Kleinbuchstaben vom Anfang des Alphabets – „a", „b", „c", „d" usw. – verwendet.
- Individuenkonstanten stehen für Einzeldinge (Gegenstände, Lebewesen, Personen, Städte, Bauwerke, Vereine, Epochen, Ereignisse, etc. ... für Dinge, denen man einen Namen geben kann).
- Die ***Extension*** eines Prädikats ist die Menge aller Dinge, auf die das Prädikat zutrifft oder „von denen es gilt". („Pa" ist genau dann wahr, wenn a zur Extension von P gehört, a in der Extension von P liegt oder in die Extension von P fällt.)
- Beispiele:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. Peter ist betrunken. | **Pa** | P...: ... ist betrunken. | a: Peter |
| 2. Paris ist eine schöne Stadt. | **Pa** | P...: ... ist eine schöne Stadt. | a: Paris |
| 3. Herta BSC steigt ab. | **Pa** | P...: ... steigt ab. | a: Herta BSC |
| 4. Die pyrrhonische Skepsis ist ein interessantes Thema. | **Pa** | P...: ... ist ein interessantes Thema. | a: die pyrrhonische Skepsis |

## Ein- und mehrstellige Prädikate

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | Die französische Revolution dauerte von 1789 bis 1795. | Pa | P ...: ... dauerte von 1789 bis 1795.<br>a: die französische Revolution |
| 6. | Die Herde wird gut bewacht. | Pa | P ...: ... wird gut bewacht.<br>a: die Herde |
| 7. | Barbara arbeitet bei Siemens. | Pab | P ..., ... : ... arbeitet bei ... .<br>a: Barbara; b: Siemens |
| 8. | Matthias liebt Herbert. | Pab | P ..., ... : ... liebt ... .<br>a: Matthias; b: Herbert |
| 9. | Brione liegt in der Schweiz. | Pab | P ..., ... : ... liegt in ... .<br>a: Brione; b: die Schweiz |
| 10. | Berlin ist grösser als Paderborn. | Pab | P ..., ...: ... ist grösser als ... .<br>a: Berlin; b: Paderborn |
| 11. | Michi ist mit Ursula verheiratet. | Pab | P ..., ... : ... ist mit ... verheiratet.<br>a: Michi; b: Ursula |
| 12. | München liegt zwischen Nürnberg und Garmisch. | Pabc | P ..., ..., ... : ... liegt zwischen ... und ... .<br>a: München; b: Nürnberg; c: Garmisch |

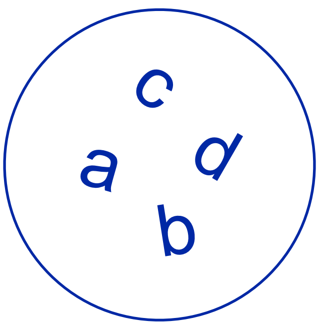
*(In 5 und 6 steht P für ein einstelliges, in 7 bis 11 für ein zweistelliges und in 12 für ein dreistelliges Prädikat.)*



## Quantoren und Individuenvariablen: der Allquantor

Sei M die Menge der von uns betrachteten Einzeldinge (Individuen). M = {a, b, c, d}

Nehmen wir an, jedes Element von M habe die Eigenschaft P.




Pa ∧ Pb ∧ Pc ∧ Pd

*Das Individuum a hat die Eigenschaft P,*
*und das Individuum b hat die Eigenschaft P,*
*und das Individuum c hat die Eigenschaft P,*
*und das Individuum d hat die Eigenschaft P.*

Kürzer und auch als Aussage über unendliche viele betrachtete Einzeldinge brauchbar:

*Alle Individuen haben die Eigenschaft P.*

**∀xPx**

lies: „für alle x gilt: Px“

Das Zeichen „∀“ steht in der Prädikatenlogik für einen Alloperator.

Alloperatoren sind Wörter wie „alle“, „jeder“, „jegliche“, „sämtliche“ usw.

- Auch mit Wörtern wie „kein“, „keiner“, „niemand“ usw. kann man Allaussagen machen.
- Nehmen wir an, kein Element der Menge M der betrachteten Individuen habe die Eigenschaft P. Dann gilt: *a hat nicht die Eigenschaft P, und b hat nicht die Eigenschaft P, und c hat nicht die Eigenschaft P, und d hat nicht die Eigenschaft P.*

  $\neg Pa \wedge \neg Pb \wedge \neg Pc \wedge \neg Pd$
- Kürzer und auch für Aussagen über unendlich viele Einzeldinge geeignet: *Alle Individuen haben nicht die Eigenschaft P.* Dazu logisch äquivalent: *Kein Individuum hat die Eigenschaft P.*

  $\forall x \, \neg Px$

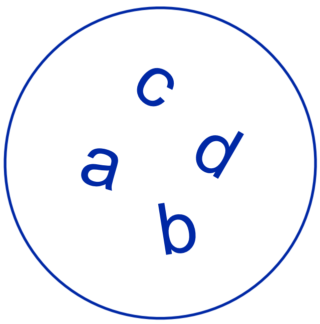
  lies: „Für alle x gilt: Nicht-P“; „Alle x sind nicht P.“
- Der Allquantor ist gewissermassen eine Zusammenfassung von Konjunktionen.
- Alternative Notationen: „$\bigwedge x Px$“ ; „(x)Px“
- $\forall x$ ist ein Allquantor, der Vorkommnisse der Individuenvariable „x“ bindet.
- Zwischen mehreren Allquantoren unterscheidet man mit Hilfe verschiedener Individuenvariablen, man schreibt also z. B. „$\forall x$“, „$\forall y$“ und „$\forall z$“.



## Der Existenzquantor

Sei M die Menge der von uns betrachteten Einzeldinge (Individuen). M = {a, b, c, d}

Nehmen wir an, mindestens (wenigstens) ein Element von M habe die Eigenschaft P.




$Pa \vee Pb \vee Pc \vee Pd$

*Das Individuum a hat die Eigenschaft P,*
*oder das Individuum b hat die Eigenschaft P,*
*oder das Individuum c hat die Eigenschaft P,*
*oder das Individuum d hat die Eigenschaft P.*

Kürzer und auch als Aussage über unendlich viele Einzeldinge brauchbar:

*Es gibt ein Individuum, das die Eigenschaft P hat.*

$\exists x \, Px$

lies: „Es gibt ein x, für das gilt: Px“

Das Zeichen „$\exists$“ steht in der Prädikatenlogik für einen Existenzoperator.

Existenzoperatoren sind Wörter wie „einer“, „einige“, „manche“, „es gibt ein“, „jemand“, „wenigstens einer“, „mindestens einer“ usw.

- Auch mit Ausdrücken wie „nicht alle“, „nicht jeder“ usw. kann man Existenzaussagen machen.
- Nehmen wir an, nicht alle Elemente der Menge M haben die Eigenschaft P (d.h. mindestens ein Element habe die Eigenschaft P nicht). Dann gilt: *Entweder hat a nicht die Eigenschaft P, oder b hat nicht die Eigenschaft P, oder c hat nicht die Eigenschaft P, oder d hat nicht die Eigenschaft P.*

  $\neg Pa \vee \neg Pb \vee \neg Pc \vee \neg Pd$
- Kürzer und auch für Aussagen über unendlich viele Einzeldinge geeignet: *Es gibt ein Individuum, das nicht die Eigenschaft P hat.* Dazu logisch äquivalent: *Nicht jedes Indiviuum hat die Eigenschaft P*.

  **$\exists x \neg Px$**

  lies: „Es gibt ein x, für das gilt: nicht-P“
- Der Existenzquantor (ist in einem gewissen Sinn) eine Zusammenfassung von Adjunktionen.
- Alternative Notation: „VxPx“
- ∃x ist ein Existenzquantor, der Vorkommnisse der Individuenvariable „x“ bindet.
- Zwischen mehreren Existenzquantoren unterscheidet man mit Hilfe verschiedener Individuenvariablen, man schreibt also z.B. „∃x“, „∃y“ und „∃z“.



## Die prädikatenlogische Sprache PL – Syntax von PL

**1. Die Grundsymbole (das Vokabular) von PL:**

i. eine unendliche Menge von Individuenkonstanten: a, b, c ... w, $w_1$, $w_2$, ..., $w_n$;

ii. eine unendliche Menge von Individuenvariablen: x, y, z, $z_1$, $z_2$, ..., $z_n$;

iii. eine unendliche Menge von n-stelligen Prädikatkonstanten: P, Q, R ... Z, $Z_1$, $Z_2$, ..., $Z_n$;

iv. die Junktorensymbole: ¬, ∧, ∨, →, ↔;

v. Mitteilungszeichen für Operatoren: ∀, ∃;

vi. Klammersymbole „(“ und „)“ als Hilfszeichen

*Anmerkung: Individuenkonstanten stehen (wie Namen) jeweils für bestimmte Individuen, Individuenvariablen stehen für beliebige Individuen.*

*Die Kleinbuchstaben x, y, z usw. werden auch bei der Angabe der Interpretation von Prädikatkonstanten zur Kennzeichnung von Leerstellen verwendet (statt der Pünktchen).*

*Px: x ist doof.*

*Pxy: x liebt y.*

*Pxyz: x liegt zwischen y und z.* *(Bei mehrstelligen Prädikaten ist die Reihenfolge der Variablen wichtig!)*

## 2. Ausdrücke und Formeln von PL

i. Ein ***Ausdruck*** von PL (PL-Ausdruck) sei eine endliche Verkettung von Grundsymbolen von PL.

ii. Ein ***Individuenterm*** von PL sei eine Individuenvariable oder -konstante von PL.

iii. Eine ***Formel*** von PL (kurz: PL-Formel) sei wie folgt induktiv definiert:

$F_0$: Wenn $\Gamma^n$ eine n-stellige Prädikatkonstante ist und $\vartheta_1,\ldots,\vartheta_n$ Individuenterme sind, dann ist $\Gamma^n\vartheta_1 \ldots \vartheta_n$ eine Formel;

$F_1$: Ist Γ eine Formel, dann auch $\neg\Gamma$ ;

$F_2$: Sind Γ und Δ Formeln, dann auch $(\Gamma\wedge\Delta)$, $(\Gamma\vee\Delta)$, $(\Gamma\rightarrow\Delta)$ und $(\Gamma\leftrightarrow\Delta)$;

$F_3$: Ist Γ eine Formel und ξ eine Variable, dann sind $\forall\xi(\Gamma)$ und $\exists\xi(\Gamma)$ Formeln.

$F_4$: Nichts sonst ist eine Formel.

Formeln, die nach $F_0$ gebildet sind, heißen ***atomare Formeln***.

*(„$\Gamma^n$" ist ein Mitteilungszeichen für eine Prädikatkonstante; „Γ", „Δ" sind Mitteilungszeichen für PL-Formeln; „ϑ" ist ein Mitteilungszeichen für einen Individuenterm von PL, „ξ" ein Mitteilungszeichen für eine Individuenvariable. Keines dieser Zeichen ist ein Symbol oder -Ausdruck von PL.)*



iv. Eine ***unmittelbare Teilformel*** einer PL-Formel sei wie folgt definiert:

$UT_0$: Atomare Formeln haben keine unmittelbaren Teilformeln;

$UT_1$: Die Formel $\neg\Gamma$ hat die unmittelbare Teilformel Γ;

$UT_2$: Die Formeln $(\Gamma\wedge\Delta)$, $(\Gamma\vee\Delta)$, $(\Gamma\rightarrow\Delta)$ und $(\Gamma\leftrightarrow\Delta)$ haben die unmittelbaren Teilformeln Γ und Δ und sonst keine.

$UT_3$: Wenn α eine Individuenkonstante ist, ξ eine Individuenvariable und Γ eine Formel, dann ist $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$ eine unmittelbare Teilformel von $\forall\xi(\Gamma)$ und von $\exists\xi(\Gamma)$. *

v. Eine ***Teilformel*** einer PL-Formel sei wie folgt definiert:

$T_0$: Γ ist eine Teilformel der Formel Γ;

$T_1$: Jede unmittelbare Teilformel von Γ ist eine Teilformel von Γ;

$T_2$: Wenn Γ eine Teilformel von Δ und Δ eine Teilformel von E ist, dann ist Γ eine Teilformel von E.

** $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$: alle Vorkommnisse von ξ in Γ werden durch Vorkommnisse von α ersetzt.*

*(Also ist $(Pa\wedge Qa)$ eine unmittelbare Teilformel von $\forall x(Px \wedge Qx)$ und von $\exists x(Px \wedge Qx)$.)*

**3. Klammerkonventionen**

i. In der Folge „¬, ∧, ∨, →, ↔" bindet jeweils ein Junktor $j_1$, der links von einem Junktor $j_2$ steht, enger als der Junktor $j_2$.

ii. Ferner binden der Existenz- und Alloperator stärker als alle Junktoren

iii. Klammern, die demnach überflüssig sind, *können* weggelassen werden.

iv. Äussere Klammern *können* weggelassen werden.

**4. Offene, geschlossene und reine PL-Formeln**

i. Eine Variable kommt in einer Formel frei vor (ist eine ***freie Variable***), wenn sie nicht durch einen Quantor gebunden ist.

ii. Eine ***offene Formel*** ist eine Formel, in der wenigstens eine Variable frei vorkommt.

iii. Eine ***geschlossene Formel*** (ein Satz von PL) ist eine Formel, die keine frei vorkommenden Variablen enthält.

iv. Eine ***reine Formel*** ist eine Formel, die keine Individuenkonstanten enthält.



## Beispiele: Unmittelbare Teilformeln

$UT_0$: Atomare Formeln haben keine unmittelbaren Teilformeln;

$UT_1$: Die Formel ¬Γ hat die unmittelbare Teilformel Γ;

$UT_2$: Die Formeln (Γ∧Δ), (Γ∨Δ), (Γ→Δ) und (Γ↔Δ) haben die unmittelbaren Teilformeln Γ und Δ und sonst keine.

$UT_3$: Wenn α eine Individuenkonstante ist, ξ eine Individuenvariable und Γ eine Formel, dann ist $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$ eine unmittelbare Teilformel von ∀ξ(Γ) und von ∃ξ(Γ).

| Formel | ∀xPxyz | ∀xQx→Px | ∀x∃y(Px→Qxy) | ∀y(Pab→Qcy) |
|---|---|---|---|---|
| unmittelbare Teilformeln | Payz<br>Pbyz<br>… | ∀xQx<br>Px | ∃y(Pa→Qay)<br>∃y(Pb→Qby)<br>… | Pab→Qca<br>Pab→Qcb<br>… |

| Formel | ∃y(Pa→Qay) | ∃x∃yRxy | ∃x(Qx→Px) | ∃x∀y(Pab→Qxy) |
|---|---|---|---|---|
| unmittelbare Teilformeln | Pa→Qaa<br>Pa→Qab<br>… | ∃yRay<br>∃yRby<br>… | Qa→Pa<br>Qb→Pb<br>… | ∀y(Pab→Qay)<br>∀y(Pab→Qby)<br>… |

## Beispiele: Teilformeln

$T_0$: Γ ist eine Teilformel der Formel Γ;

$T_1$: Jede unmittelbare Teilformel von Γ ist eine Teilformel von Γ;

$T_2$: Wenn Γ eine Teilformel von Δ und Δ eine Teilformel von E ist, dann ist Γ eine Teilformel von E.

| | | |
|---|---|---|
| Formel | $\forall xQx \to Px$ | $Pa \wedge Qb$ |
| Teilformeln | $\forall xQx \to Px$<br>$\forall xQx$<br>$Px$<br>$Qa, Qb, Qc, \ldots$ | $Pa \wedge Qb$<br>$Pa$<br>$Qb$ |



## Erläuterungen: Freie und gebundene Variablen

Beispielsatz: „Sämtliche Studenten waren anwesend."

$$\forall x\underbrace{(Px \to Qx)}$$

Individuen? Keine!

Prädikate? Px: x ist ein Student.
Qx: x war anwesend.

Bereich (***Skopus***) des Quantors
Beide Vorkommnisse von „x" liegen innerhalb des Bereichs des Allquantors;
die Variable „x" ist beide Male durch den Allquantor gebunden.

Variablen, die in den Bereich eines Quantors fallen, nennt man ***gebundene Variablen***.
Variablen, die nicht durch einen Quantor gebunden sind, nennt man ***freie Variablen*** oder *frei vorkommende* Variablen.

$$\forall x\, Px \to Qx$$

*freie Variable*

Es ist nicht klar, wie ein deutscher Satz lauten könnte, der die nebenstehende logische Struktur hätte.

Freie Variablen kommen in Formalisierungen normalsprachlicher Sätze nicht vor.

## Die Semantik von PL

Eine Funktion ***e*** sei genau dann eine prädikatenlogische Bewertung für die Menge aller prädikatenlogischen Formeln $P^U$ über dem Universum U (der Menge aller Individuen), wenn folgendes gilt:

i. ***e*** ist eine Boolesche Bewertung für $P^U$;

ii. $\forall\xi(\Gamma)$ ist genau dann wahr unter ***e***, wenn für jedes $\alpha \in U$ $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$ unter ***e*** wahr ist;

iii. $\exists\xi(\Gamma)$ ist genau dann wahr unter ***e***, wenn für mindestens ein $\alpha \in U$ $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$ unter ***e*** wahr ist.

[Γ steht für eine beliebige PL-Formel, ξ für eine beliebige Individuenvariable und α für eine beliebige Individuenkonstante von PL. In $\Gamma^{\alpha}_{\xi}$ wurde jedes Vorkommnis von ξ durch ein Vorkommnis von α ersetzt.]

(Eine Bewertungssemantik weist den Sätzen einer formalen Sprache Wahrheitswerte zu. Eine Interpretationssemantik weist den Prädikat- und Individuenkonstanten Bedeutungen zu, so dass für jedes bezeichnete Individuum und jedes Prädikat entschieden werden kann, ob das Prädikat auf das Individuum zutrifft oder nicht.)



## Semantische Begriffe für PL

Wenn $P^U$ die Menge aller PL-Formeln ist und Γ und Δ PL-Formeln sind, dann gilt:

– Γ ist ***logisch wahr*** (eine Tautologie, prädikatenlogisch gültig) gdw. Γ unter jeder prädikatenlogischen Bewertung über $P^U$ wahr ist. (Es gilt: $\vdash \Gamma$)

– Γ ist ***erfüllbar*** gdw. es (mindestens) eine prädikatenlogische Bewertung über $P^U$ gibt, unter der Γ wahr ist.

– Γ ist ***unerfüllbar*** (eine Kontradiktion) gdw. es keine prädikatenlogische Bewertung über $P^U$ gibt, unter der Γ wahr ist.

– Δ ***folgt aus*** Γ (Γ impliziert Δ) gdw. Δ unter jeder prädikatenlogischen Bewertung über $P^U$ wahr ist, unter der Γ wahr ist. (Es gilt: $\Gamma \Rightarrow \Delta$)

## Semantische Begriffe für PL

Wenn $P^U$ die Menge aller PL-Formeln ist, Γ und Δ Elemente von $P^U$ sind, und M eine Teilmenge von $P^U$ ist, dann gilt:

– M ist ***erfüllbar*** (konsistent) gdw. es (mindestens) eine prädikatenlogische Bewertung über $P^U$ gibt, unter der alle in M enthaltenen Formeln wahr sind.

– M ist ***unerfüllbar*** (inkonsistent) gdw. es keine prädikatenlogische Bewertung über $P^U$ gibt, unter der alle in M enthaltenen Formeln wahr sind.

– Γ ***folgt aus*** M (M impliziert X) gdw. Γ unter jeder prädikatenlogischen Bewertung über $P^U$ wahr ist, unter der alle in M enthaltenen Formeln wahr sind. (Es gilt: $M \Rightarrow \Gamma$)

– Γ und Δ sind ***äquivalent*** gdw. Γ unter jeder prädikatenlogischen Bewertung über $P^U$ wahr ist, unter der Δ wahr ist, und Δ unter jeder prädikatenlogischen Bewertung über $P^U$ wahr ist, unter der Γ wahr ist (also gdw. Γ und Δ unter denselben prädikatenlogischen Bewertungen über $P^U$ wahr sind). (Es gilt: $\Gamma \Leftrightarrow \Delta$)



## Die logische Struktur von Allaussagen

1. Alles fliesst.

   $\forall x Px$

   Allaussage? Ja!
   Individuen? Keine!
   Prädikate? Px: x fliesst.

2. Alles fliesst und Otto ist doof.

   $\forall x Px \wedge Qa$

   Allaussage? Ja!
   Individuen? a: Otto
   Prädikate? Px: x fliesst.
   Qx: x ist doof.

3. Otto muss die Klausur bestehen.

   $Pab$

   Allaussage? Nein!
   Individuen? a: Otto
   b: die Klausur
   Prädikate? Pxy: x muss y bestehen.

4. Wenn Otto Philosophie studiert, muss er das Modul *Logik I* bestehen.

$Pab \rightarrow Qac$

Allaussage? Nein!

Individuen? a: Otto
b: Philosophie
c: das Modul *Logik I*

Prädikate? Pxy: x studiert y.
Qxy: x muss y bestehen.

5. Jeder, der Philosophie studiert, muss das Modul *Logik I* bestehen.

$\forall x(Pxa \rightarrow Qxb)$

*(Die Klammern kennzeichnen den Bereich (Skopus) des Quantors.)*

Allaussage? Ja!

Individuen? a: Philosophie
b: das Modul *Logik I*

Prädikate? Pxy: x studiert y.
Qxy: x muss y bestehen.



6. Die Türen sind frisch gestrichen.

$\forall x(Px \rightarrow Qx)$

Allaussage? Ja!

Individuen? Keine!

Prädikate? Px: x ist eine Tür.
Qx: x ist frisch gestrichen.

7. Die (diese) Tür ist frisch gestrichen.

$Pa$

Allaussage? Nein!

Individuen? a: die (diese) Tür

Prädikate? Px: x ist frisch gestrichen.

## Die logische Struktur von Existenzaussagen

8. Es gibt etwas, das schön ist.

$\exists xPx$

Existenzaussage? Ja!

Individuen? keine!

Prädikate? Px: x ist schön.

9. Manche Dinge sind schön, aber dieses Gebäude ist hässlich.

$\exists xPx \wedge Qa$

Existenzaussage? Ja.

Individuen? a: dieses Gebäude

Prädikate? Px: x ist schön.
Qx: x ist hässlich.



## Weitere Formalisierungen

| | Beispielsatz | Formel | Prädikatkonstanten | Individuen-konstanten |
|---|---|---|---|---|
| 10 | Karl geht nicht schwimmen. | $\neg Pa$ | Px: x geht schwimmen. | a: Karl |
| 11 | Nichts (niemand) geht schwimmen. | $\neg\exists xPx$ | Px: x geht schwimmen. | – keine – |
| 12 | Peter ist lustig aber verrückt. | $Pa \wedge Qa$ | Px: x ist lustig.<br>Qx: x ist verrückt. | a: Peter |
| 13 | Alles ist (alle sind) lustig und verrückt. | $\forall x(Px \wedge Qx)$ | Px: x ist lustig.<br>Qx: x ist verrückt. | – keine – |
| 14 | Wenn Joachim spazieren geht, ist er gut gelaunt. | $Pa \rightarrow Qa$ | Px: x geht spazieren.<br>Qx: x ist gut gelaunt. | a: Joachim |
| 15 | Wer (oder was) spazieren geht, ist gut gelaunt. | $\forall x(Px \rightarrow Qx)$ | Px: x geht spazieren.<br>Qx: x ist gut gelaunt. | – keine – |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 16 | Es gibt Dinge, die sind schön. | ∃xPx | Px: x ist schön | – keine – |
| 17 | Einige Teilnehmer haben das Übungsblatt nicht abgegeben. | ∃x(Px ∧ ¬Qxa) | Px: x ist ein Teilnehmer<br>Qxy: x hat y abgegeben | a: das Übungsblatt |
| 18 | Manche Hasen sind zutraulich. | ∃x(Px ∧ Qx) | Px: x ist ein Hase<br>Qx: x ist zutraulich | – keine – |
| 19 | Einige Bäume müssen gefällt werden. | ∃x(Px ∧ Qx) | Px: x ist ein Baum<br>Qx: x muss gefällt werden. | – keine – |
| 20 | Kein Schalter ist geöffnet. | ¬∃x(Px ∧ Qx) | Px: x ist ein Schalter<br>Qx: x ist geöffnet | – keine – |
| 21 | Stühle sind Sitzgelegenheiten. | ∀x(Px→Qx) | Px: x ist ein Stuhl<br>Qx: x ist eine Sitzgelegenheit | – keine – |



## Fin